

Beispiel 7.4 Elastoplastische Berechnung einer Platte nach dem Steifemodulverfahren

1 Aufgabenstellung

Eine der Schwierigkeiten bei Anwendung des Steifemodulverfahrens für praktische Probleme ist das Auftreten hoher Sohldrücke an den Plattenrändern, besonders wenn die Platte hohen Lasten ausgesetzt wird. Die Erscheinung der plastischen Zonen an den Plattenrändern bezieht sich auf die Benutzung von traditionellen mathematischen Baugrundmodellen in der Berechnung, die von der Theorie der Elastizität abhängen. Deshalb wird nun ein Beispiel gerechnet, um die Anwendbarkeit der entwickelten nichtlinearen Berechnung mit Umverteilung der hohen Sohldrücke an den Rändern bei elastischen und auch bei starren Platten zu zeigen.

Eine rechteckige Platte mit den Abmessungen von 8×16 [m²] wird gewählt und unterteilt in 512 Quadratelemente. Jedes Element hat eine Seitenlänge von 0.5 [m], wie im Bild 7.13 gezeigt. Die Platte wird gleichförmig mit 600 [kN/m²] belastet.

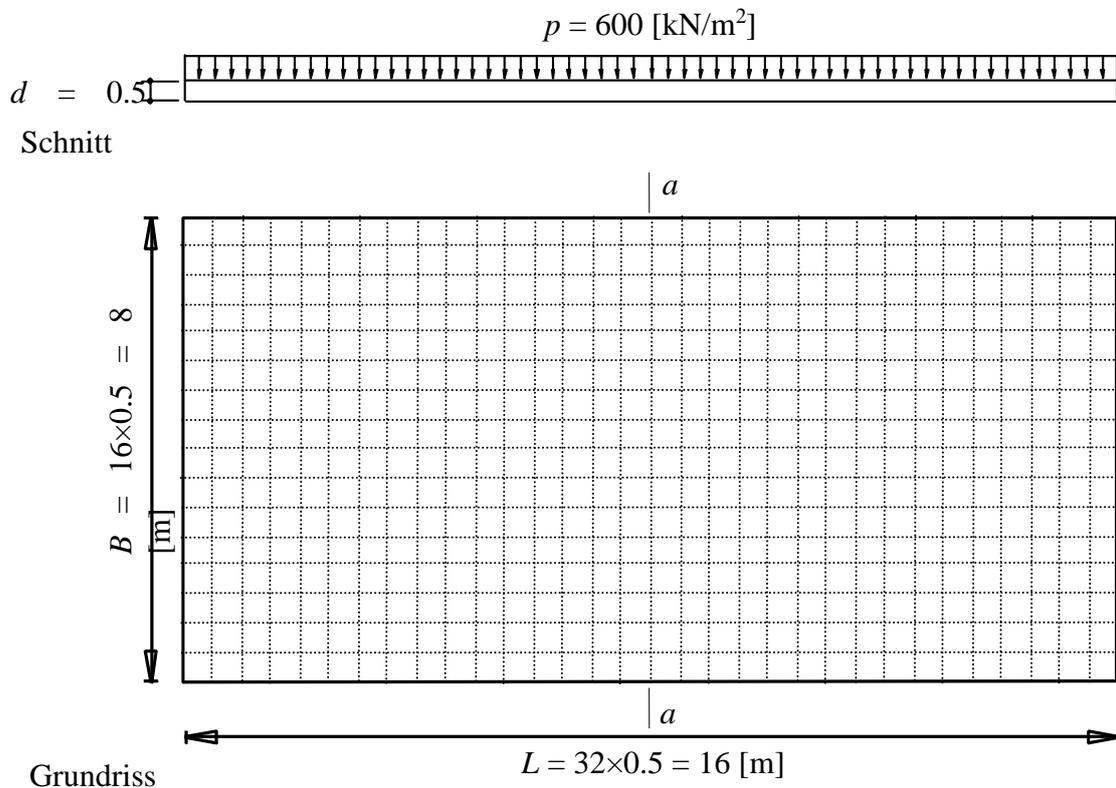


Bild 7.13 Plattengeometrie, Belastung und FE-Netz

2 Bodenkennwerte

Die Platte liegt auf einer gleichmäßigen Sandschicht von 10 [m] Mächtigkeit. Unter der Sandschicht ist eine starre Basis (Fels). Es wird angenommen, dass die Sandschicht die folgenden Parameter hat:

Steifemodul	$E_s = 12\,000$	[kN/m ²]
Poissonzahl	$\nu_s = 0.25$	[-]
Wichte	$\gamma_s = 17.5$	[kN/m ³]
Reibungswinkel	$\varphi = 27.5$	[°]
Kohäsion	$c = 0.0$	[kN/m ²]
Gründungstiefe unter Gelände	$t_f = 0.5$	[m]

3 Materialkennwerte des Betons und Plattendicke

Es wird angenommen, dass Plattenmaterial und Plattendicke die folgenden Parameter haben:

Plattendicke	$d = 0.5$	[m]
Elastizitätsmodul	$E_b = 3 \times 10^7$	[kN/m ²]
Poissonzahl	$\nu_b = 0.15$	[-]
Wichte	$\gamma_b = 0.0$	[kN/m ³]

Die Wichte des Betons wird mit $\gamma_b = 0.0$ [kN/m³] gewählt. Damit wird das Eigengewicht der Platte vernachlässigt.

4 Berechnung

Die nichtlineare Berechnung wird sowohl für eine elastische als auch für eine starre Platte nach dem Steifemodulverfahren durchgeführt. Zwei Fälle zur Tragfähigkeit q_{ult} werden wie folgt berücksichtigt:

- i) Die Tragfähigkeit q_{ult} ist gleichförmig. Ihr Wert wird aus der Gl. 7.6 erhalten, $q_{ult} = 1603$ [kN/m²]
- ii) Die Tragfähigkeit q_{ult} ist variabel. Die Tragfähigkeit q_{ult} an den Plattenrändern wird durch das zweite Glied der Gl. 7.6 bestimmt $q_{ult} = \gamma_1 t_f N_d \nu_d = 951$ [kN/m²], während die Tragfähigkeit q_{ult} am Plattenzentrum aus Gl. 7.6 bestimmt wird. Das dritte Glied wird verdoppelt $q_{ult} = \gamma_1 t_f N_d \nu_d + 2 \gamma_2 B N_b \nu_b = 1753$ [kN/m²]

Bild 7.14 zeigt die Isolinien der variablen Tragfähigkeit q_{ult} .

Leider gibt es bis jetzt keine verfügbare Methode, um die Tragfähigkeit des Bodens bei unregelmäßigem Sohldruck zu bestimmen, da die Tragfähigkeitsgleichungen für einen gleichförmigen Sohldruck unter der Platte abgeleitet sind.

In diesem Beispiel wird die Variabilität von q_{ult} unter der Platte entsprechend dem Prinzip von Gleichgewichtskräften, die Einwirkung auf die Platte und den Boden im Grenzzustand gewählt. Im ersten Glied der Gl. 7.6 wird der Einfluss der seitlichen Auflast neben dem Fundament, $\gamma_1 t_f N_d v_d$, und im dritten Glied die Fundamentgröße $\gamma_2 B N_b v_b$ bestimmt. Der Sohldruckanteil des zweiten Glieds ist gleichmäßig und der des dritten Glieds dreieckförmig verteilt. Im Grenzzustand liegt also eine dachförmige Sohldruckverteilung vor (Bild 7.15).

Um die gewählte Variable q_{ult} unter der Platte zu berücksichtigen, werden fünf Bohrprofile B1 bis B5 betrachtet, wie im Bild 7.14 gezeigt. Die Randbohrprofile führen zu $q_{ult} = 951$ [kN/m²], während das zentrale Bohrprofil zu $q_{ult} = 1753$ [kN/m²] führt. Nun wird die Interpolation mit den Bohrprofilen durchgeführt, um das variable q_{ult} über allen Knoten auf der Platte zu erhalten.

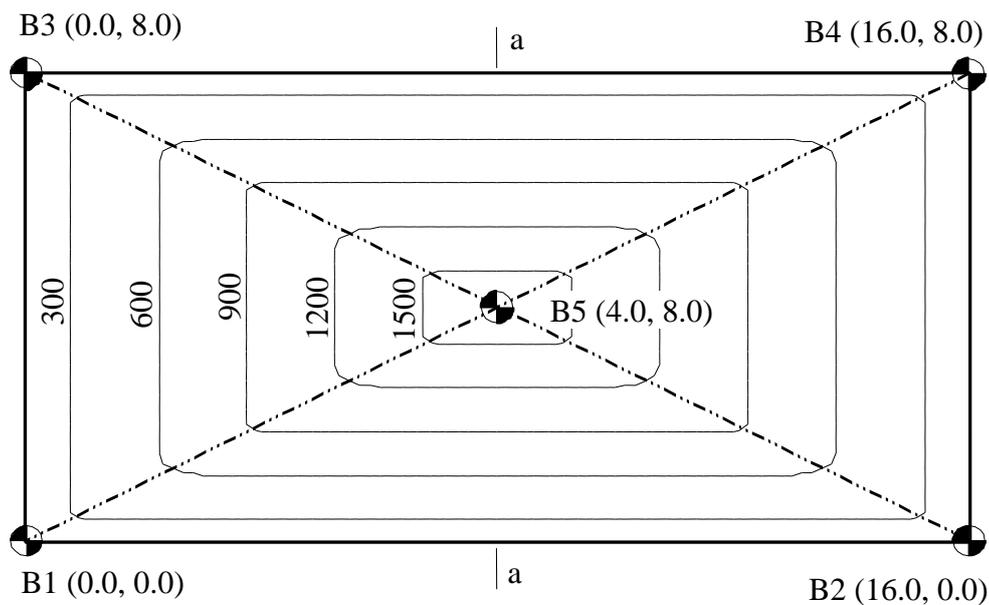


Bild 7.14 Isolinien der variablen Tragfähigkeit q_{ult} [kN/m²]

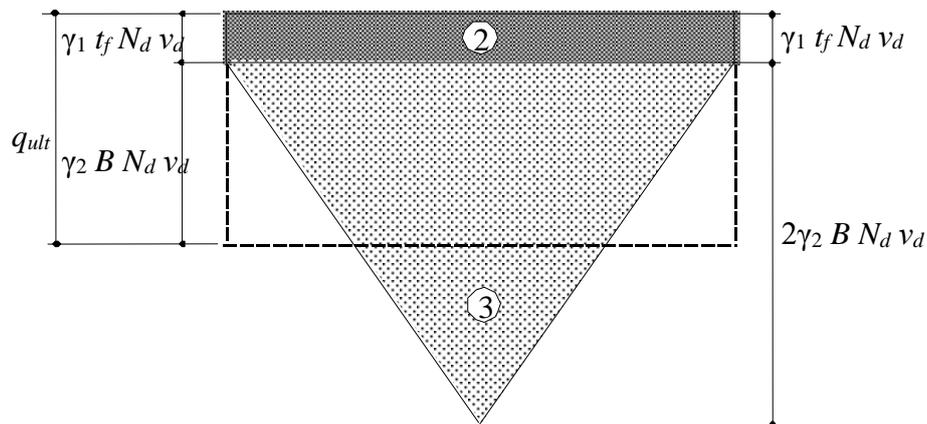


Bild 7.15 Tragfähigkeit im Grenzzustand des Bodens (Schnitt a-a)

5 Diskussion der Ergebnisse

Die Sohldrücke q im Schnitt a-a der Platte im Fall von gleichförmigen q_{ult} sind in den Bildern 7.16 und 7.17 gezeigt, während jene im Fall von variablen q_{ult} in den Bildern 7.18 und 7.19 gezeigt werden. Diese Bilder zeigen, dass sich bei linearer Berechnung der sowohl elastischen als auch starren Platten hohe Sohldrücke an den Plattenrändern ergeben. Wie bei der nichtlinearen Berechnung zu erwarten, verschieben sich die Sohldrücke von den Rändern zum Zentrum der Platte, was zum Verlust der Tragfähigkeit führt. Die Bilder 7.16 und 7.17 (Fall gleichförmige q_{ult}) zeigen, dass die Sohldrücke an allen Knoten auf der Platte kleiner sind als an den Plattenrändern. Im Gegensatz zum Fall variabler Sohldrücke q_{ult} nehmen die Sohldrücke eine ähnliche Form wie zur Grenzlinie von q_{ult} (Bilder 7.18 und 7.19).

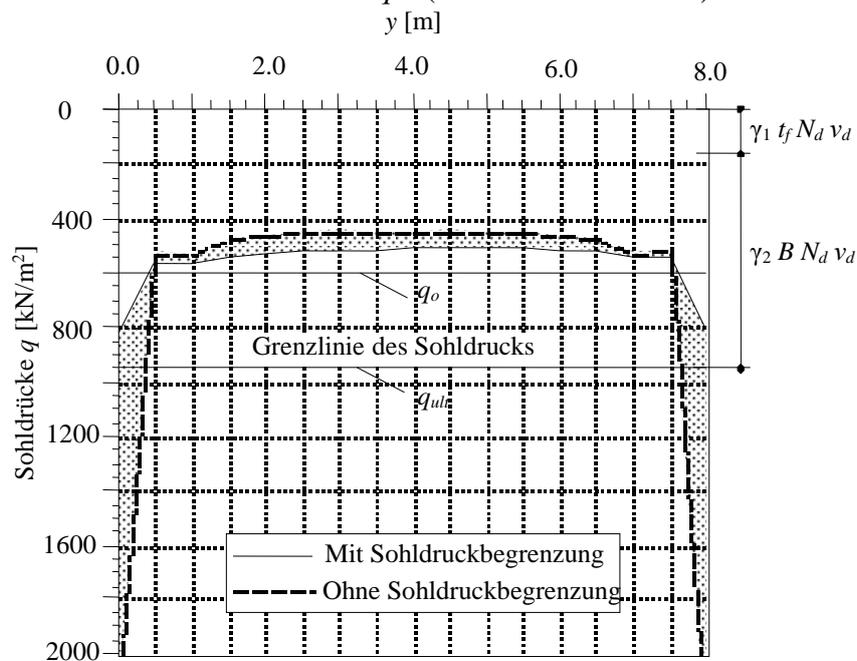


Bild 7.16 Sohldrücke q [kN/m^2] im Schnitt a-a mit und ohne Sohldruckbegrenzung (elastische Platte - gleichförmige Tragfähigkeit)

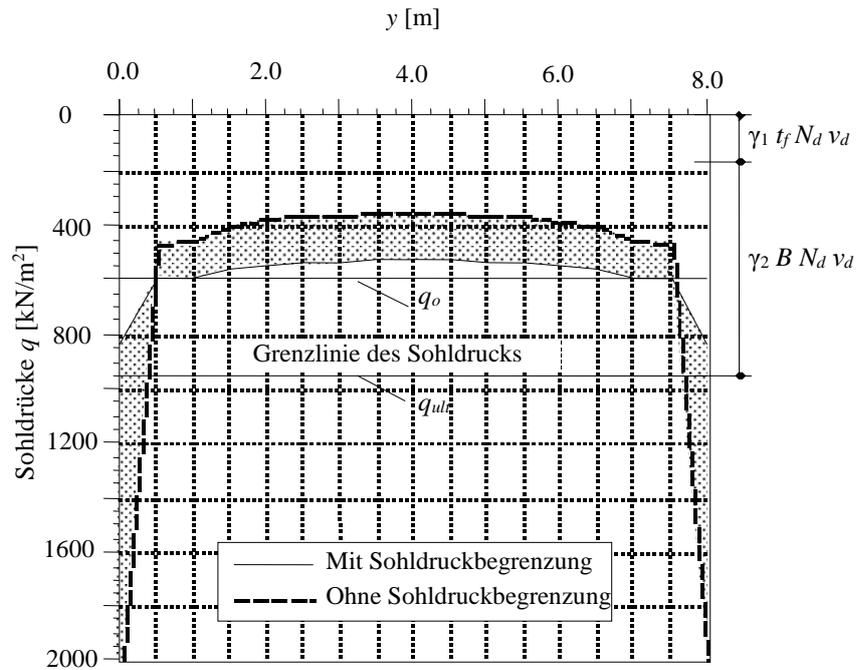


Bild 7.17 Sohldrücke q [kN/m²] im Schnitt a-a mit und ohne Sohldruckbegrenzung (starre Platte - gleichförmige Tragfähigkeit)

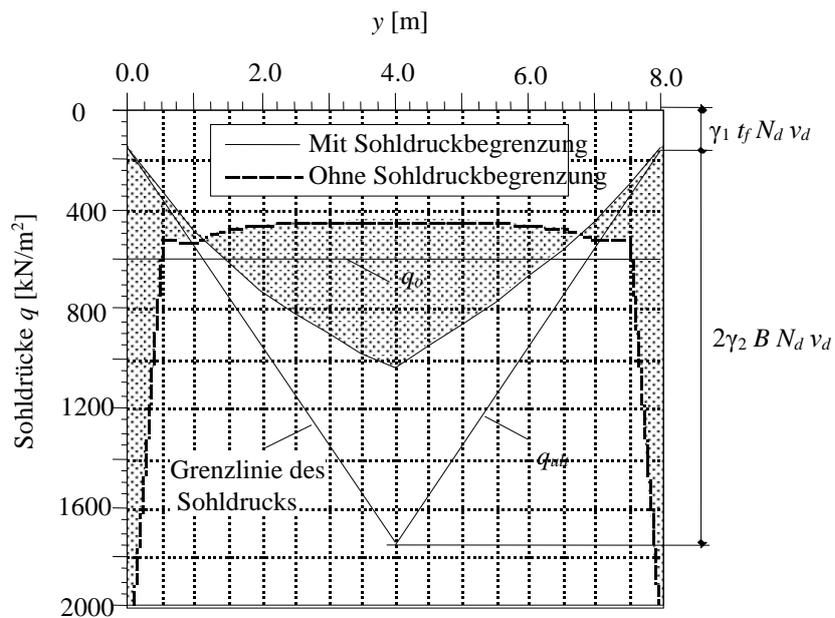


Bild 7.18 Sohldrücke q [kN/m²] im Schnitt a-a mit und ohne Sohldruckbegrenzung (elastische Platte - variable Tragfähigkeit)

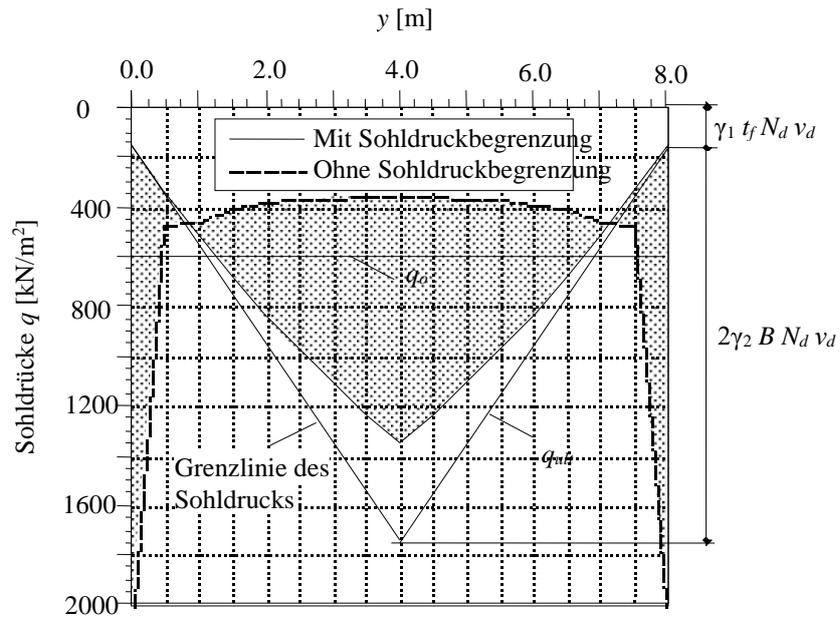


Bild 7.19 Sohldrücke q [kN/m²] im Schnitt a-a mit und ohne Sohldruckbegrenzung (starre Platte - variable Tragfähigkeit)

Die Wirkung der Umverteilung der Sohldrücke auf die Momente m_y im Schnitt a-a der Platte wird im Bild 7.19 für den Fall von gleichförmigem q_{ult} und in Bild 7.20 für den Fall von variablem q_{ult} angezeigt. Die Bilder zeigen, dass die Momente aufgrund der Umverteilung der Sohldrücke unter der Platte beträchtlich verändert werden. Im Fall von variablem q_{ult} werden nicht nur die Momente verändert, sondern auch das Vorzeichen der Momente. Im Fall von gleichförmigem q_{ult} , werden die maximalen Momente m_y auf 81 [%] reduziert, während sie im Fall von variablem Sohldruck q_{ult} mehr als doppelt reduziert werden.

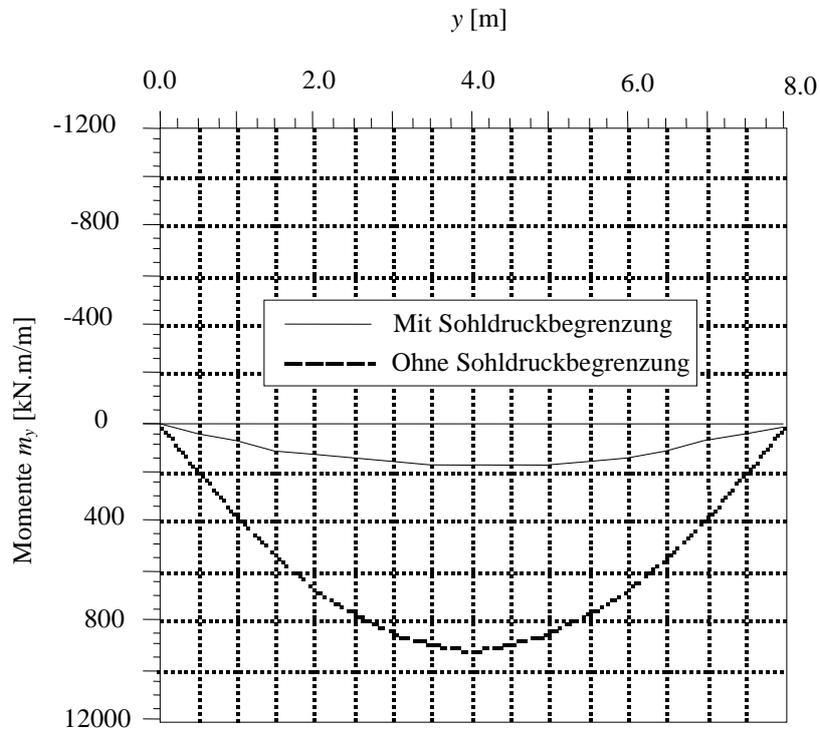


Bild 7.20 Momente m_y [kN.m/m] im Schnitt a-a mit und ohne Sohldruckbegrenzung (elastische Platte - gleichförmige Tragfähigkeit)

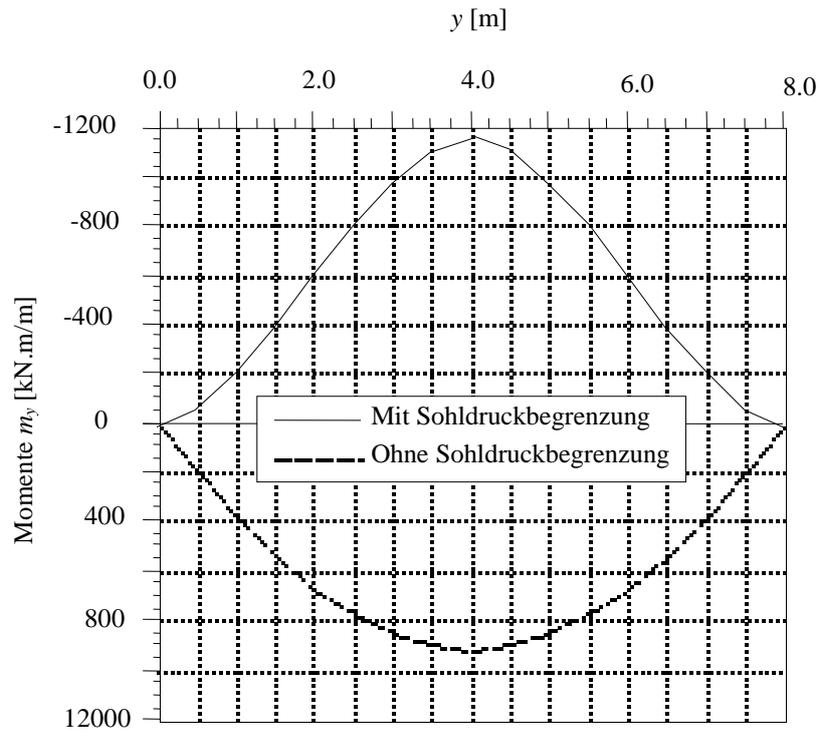


Bild 7.21 Momente m_y [$\text{kN}\cdot\text{m}/\text{m}$] im Schnitt a-a mit und ohne Sohldruckbegrenzung (elastische Platte - variable Tragfähigkeit)